١. العائد المتوقع على المحفظة :

معدل العائد المتوقع على المحفظة هو ببساطة المعدل المرجح بنسب الاستثمار للعوائد المتوقعة للأوراق المالية الفردية فى المحفظة ، ويتم حسابه من خلال المعادلة الآتية :-

$$(\hat{ع}_م) = ح_١ \times عَ_١ + ح_٢ عَ_٢ + \ldots + ح_ن عَ_ن \quad (١)$$

حيث أن :-

$\hat{ع}_م$ = معدل العائد المتوقع على المحفظة .	$ح_٢$ = نسبة المبلغ المستثمر فى الأصل الثانى .
$ح_١$ = نسبة المبلغ المستثمر فى الأصل الأول.	$عَ_٢$ = معدل العائد المتوقع للأصل الثانى .
$عَ_١$ = معدل العائد المتوقع للأصل الأول .	ن = عدد الأصول المكونة للمحفظة .

٢. مخاطر المحفظة :

يتم قياس مخاطر المحفظة باستخدام الانحراف المعيارى لعائد المحفظة وذلك من خلال تحديد الانحراف المعيارى لكل أصل من الأصول التى تتضمنها المحفظة ونسبة الاستثمار فى كل أصل من هذه الأصول بالإضافة إلى معامل الارتباط بين الأصول المكونة للمحفظة ، ويمكن صياغة المعادلة التى تحدد مخاطر المحفظة لأصلين على النحو الآتى :-

$$\sigma_م = \sqrt{ح_١^٢ \sigma_١^٢ + ح_٢^٢ \sigma_٢^٢ + ٢ ح_١ ح_٢ \sigma_١ \sigma_٢ ط_{٢١}} \quad (٢)$$

$\sigma_م$ = الانحراف المعيارى للمحفظة (م)

$ح_١ ، ح_٢$ = نسبة المبلغ المستثمر فى كل أصل من الأصليين الأول والثانى .

$\sigma_١ ، \sigma_٢$ = الانحراف المعيارى للأصل الأول ، والانحراف المعيارى للأصل الثانى .

$ط_{٢١}$ = معامل نسبة الارتباط بين عوائد الأصلين

تحديد المحفظة الفعالة :

إحدى الاستخدامات الهامة للعلاقات الإحصائية هو تحديد المحفظة الفعالة ، وهى تلك المحفظة التى تعطى أعلى عائد متوقع عند أية درجة من المخاطرة ، أو تكون ذات درجة منخفضة من المخاطرة عند أى عائد متوقع.

تمرين (١)

افترض أن السيد محمد وهو أحد المستثمرين يمكنه الاستثمار فى ورقتين ماليتين (أ) ، (ب) وأنه يمتلك مبلغاً من المال لاستثماره فيهما وسوف يخصص هذا المبلغ بين الورقتين بأى نسبة ، ونفترض أن معدل العائد لكل ورقة والانحراف المعيارى لها كالآتى:-

	الورقة المالية (أ)	الورقة المالية (ب)
العائد المتوقع	**٥%**	**٨%**
الانحراف المعيارى	**٤%**	**١٠%**

وبافتراض أن معامل الارتباط بين عوائد السهمين سوف يأخذ الثلاث حالات الآتية:-

ط$_{أب}$ = +١ **ط$_{أب}$ = صفر** **ط$_{أب}$ = -١**

وأن نسب الاستثمار فى الورقتين (أ،ب)ستكون متنوعة وفقاً للثنائيات الآتية:-

(١،صفر) ، (٠,٢٥،٠,٧٥)، (٠,٥٠،٠,٥٠) ، (٠,٧٥،٠,٢٥) ، (صفر،١) .

وفقاً لحالات الارتباط السابقة ونسب الاستثمار ، ما هي العوائد المتوقعة و المخاطر التي تتعرض لها المحافظ؟ وما هي المحافظ المثلي؟

يتم حساب العائد المتوقع للمحفظة فى حالة الاستثمار بنسبة ٠,٧٥ فى السهم (أ) ، ٠,٢٥ فى السهم (ب) كالآتى :-

ع$\hat{}$ $_{أب}$ = ٥%×٠,٧٥ + ٨%×٠,٢٥ = ٥,٧٥% .

ويتم حساب الانحراف المعيارى للمحفظة بافتراض أن معامل ارتباط أب يساوى صفر ونسبة المبلغ المستثمر فى أ هو ٠,٧٥ كالآتى :-

$$\sigma_{أب} = \sqrt{(٠,٧٥)^{٢}(٤)^{٢}+(٠,٢٥)^{٢}(١٠)^{٢}+٢(٠,٧٥)(٠,٢٥)(\text{صفر})(٤)(١٠)}$$

$$= \sqrt{(٠,٥٦٢٥)(١٦) + (٠,٠٦٢٥)(١٠٠) + \text{صفر}}$$

$$= \sqrt{٩+٦,٢٥} = \sqrt{١٥,٢٥} = ٣,٩\%$$

ويقدم الجدول الآتى نتائج العوائد المتوقعة والمخاطر للمحفظة (أ ، ب) عند مستويات مختلفة من المبالغ المستثمرة :-

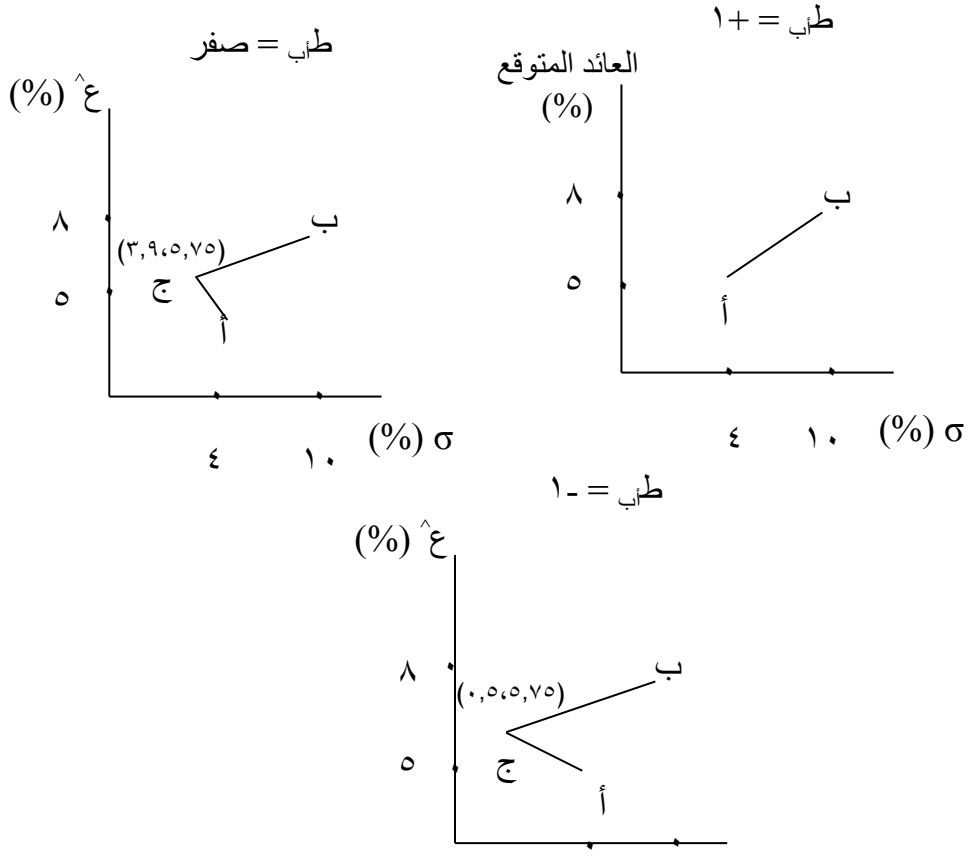
العوائد المتوقعة والمخاطر للمحفظة عند أوزان مختلفة للاستثمار

المستثمر فى (أ)	المستثمر فى (ب)	طأب = + ١		طأب = صفر		طأب = -١	
		ع^	σ	ع^	σ	ع^	σ
١	صفر	%٥,٠٠	%٤,٠٠	%٥,٠٠	%٤,٠٠	%٥,٠٠	%٤,٠٠
٠,٧٥	٠,٢٥	٥,٧٥	٥,٥	٥,٧٥	٣,٩	٥,٧٥	٠,٥
٠,٥٠	٠,٥٠	٦,٥٠	٧,٠٠	٦,٥٠	٥,٤	٦,٥٠	٣,٠٠
٠,٢٥	٠,٧٥	٧,٢٥	٨,٥	٧,٢٥	٧,٦	٧,٢٥	٦,٥
صفر	١	٨,٠٠	١٠,٠٠	٨,٠٠	١٠,٠٠	٨,٠٠	١٠,٠٠

من الواضح من الجدول أن خطر المحفظة يقل عندما يكون معامل الارتباط بين عوائد الأسهم المكونة لها يساوى -١ (أى ارتباط سلبى تام) ، ويمكن تصوير بيانات الجدول السابقة فى الرسوم البيانية الآتية لتحديد المحفظة الفعالة :-

شكل رقم (٣-١)

تصوير العوائد والمخاطرة لمجموعة من المحافظ الاستثمارية بيانياً



يتضح من الرسوم البيانية للمحافظ الاستثمارية الآتى :-

١- فى الحالة الأولى (طأب = +١) كل المحافظ الاستثمارية تقع على الخط (أ ب) وتعتبر جميع هذه المحافظ فعالة لأن أية زيادة فى المخاطرة يقابلها زيادة فى

العائد المتوقع ، كما لا توجد محافظ استثمارية تعطى عائداً أعلى أو مخاطر أقل من المحافظ التى تقع على هذا الخط .

٢- فى الحالتين الأخيرتين (ط$_{أب}$ = صفر ، ط$_{أب}$ = -١) المحافظ التى تقع على الخط (ب ج) هى المحافظ الفعالة ، بينما المحافظ التى تقع على الخط (أ ج) تعتبر غير فعالة وذلك لأن أية درجة من الخطر على (أ ج) يقابلها عائد أعلى على الخط (ب ج) وبالتالى فإن المحافظ التى تقع على الخط (ب ج) هى الأفضل حيث تحقق أعلى العوائد عند نفس درجات المخاطرة للمحافظ التى تقع على الخط (أ ج) .

٣- المستثمر العاقل يجب ألا يستثمر فى محفظة تقع على الخط (أ ج) لأنه كلما زادت المخاطرة قل العائد بعكس (ب ج) ، (أ ب) كلما زادت المخاطرة زاد العائد .