دور العلاقة الرياضية بين التقديرات السكانية والإكتوارية لدالة الوفيات في تصنيف الأخطار السكانية بهدف التقديرات الدقيقة في أعمال التأمين

أ.د. محمود سيد أحمد سالم
أستاذ الرياضيات والإحصاء الإكتواري
قسم الإحصاء والرياضة والتأمين
كلية التجارة – جامعة كفر الشيخ

السيد الشربيني وهبه الأشقر
مدرس مساعد
قسم الإحصاء التطبيقي والتأمين
كلية التجارة – جامعة المنصورة

مقدمة

تعد جداول إحصاءات السكان Census tables أداة مفيدة في قياس نمط ومستوى الوفيات في المجتمع ، كما تفيد في تحليل الخصوبة والتكاثر الصافي والهجرة والهيكل السكاني والإسقاطات المتعلقة بحجم السكان وتركيبتها، والتغيرات التي تطرأ عليها، وتفيد كذلك في تحليل الخصائص الاجتماعية والاقتصادية والثقافية للسكان مثل الحالة الزواجية والدخل وقوة العمل والحالة التعليمية. كما تستخدم جداول الحياة الإكتوارية، Actuarial life tables في شركات التأمين كمصدر لبيانات خبرة سوق التأمين علي الحياة، وتصور الظواهر الصحية لمجتمع المؤمن عليهم ومن يتشابهون معهم في الخصائص الصحية والإقتصادية والثقافية علي مدار العمر. والجدير بالذكر أن جداول السكان والجداول الإكتوارية تعد بصورة نوعية لتشمل جداول حسب الجنس، والأصل، ولون البشرة، والإقامة، والمهنة ، ولذلك فهي تقدم تصويرا كاملا لتطور ظاهرة الوفيات لكل فئات المجتمع، وبناء علي ذلك قد تستخدم في تحليل الفروق الجينية بين المجموعات وأثرها علي دالة الوفاة في المجتمع.

ومن الناحية العملية تعتمد الحسابات الإكتوارية في عمليات التأمين على الحياة ، بالدرجة الأولى، على جداول الحياة بالإضافة إلى عناصر أخرى تشكل الأسس الفنية للحسابات الإكتوارية حيث تستخدم هذه الجداول بصفة أساسية لحساب معدلات الوفاة وبرامج الصحة العامة، والتحليل الديموجرافي، والإكتواريين ، وآخرين من المهتمين بدراسة طول العمر والخصوبة والهجرة والنمو السكاني ، وأيضا وعمل الإسقاطات السكانية، والدراسات المتعلقة بالأرامل والأيتام وفترات الحياة الزوجية والحياة العملية والحياة خارج قوة العمل. كما تستخدم جداول الحياة بواسطة الإكتواريين في تقدير أقساط منتجات التأمين على الحياة ، وتقدير الاشتراكات والمزايا التأمينية المختلفة بنظم التأمينات الإجتماعية.

ونظرا لأهمية هذا الموضوع فقد تم مناقشته بواسطة العديد من الباحثين في مجال التأمين حيث قارن مهدي[1] (1977) بين جداول الحياة القومية وجداول خبرات شركات التأمين. ودراسة اليوسف[2] (1984) عن جداول الحياة المختصرة كطريقة جديدة في التركيب والتدريج :تعميم علاقة ريد ومريل. ودراسة عابد[3] (1993) عن إعداد جداول حياة مختصرة للسكان السعوديين لكل من الذكور

والإناث. ودراسة أكاديمية البحث العلمي والتكنولوجيا[4] (1996) بعنوان جدول حياة من خبرة شركات التامين المصرية. ثم دراسة فوده[5] (1999) عن تقييم بيانات التعداد السكاني لمصر لعام 1996 لإعداد جدول حياة قومي مختصر. ودراسة أبو السعود[6] (2001) بعنوان إنشاء جداول الحياة النوعية من واقع خبرة سوق التأمين المصري. ودراسة واصف[7] (2003) عن نموذج لاجرانج كأساس لاستكمال جدول الحياة المختصر نحو جدول حياة كامل – دراسة تطبيقية على المجتمع المصري. ودراسة وجيه[8] (2009) بعنوان نحو إنشاء جدول وفيات ممهد يمثل خبرة المجتمع السعودي من واقع الإحصاءات العامة للسكان – مدخل إكتواري مقارن. وإن كانت الدراسات العربية لم تتناول العلاقة بين معدلات الوفاة للسكان علي المستوي القومي ومعدلات الوفاة الإكتوارية فإن الدراسات الأجنبية لهذا الموضوع في دراسة Anastsia Kostaki [9] (1991) بعنوان The Heligman - Pollard Formula as a tool for Expanding an Abridged life table . ودراسة Anderson RN [10] (1999) بعنوان Method for constructing complete annual U.S. life tables . ودراسة سالم[11] (2000) عن استخدام بيانات خبرة سوق التأمين في تقدير معدلات وفاة فعلية تحقق العدالة بين طرفي عقد التأمين. ودراسة Kostaki and Panousis [12] (2001) بعنوان Expanding an abridged life table . ودراسة Helena Corrales Herrero [13] (2002) بعنوان An Experience Constructing A Complete Formula for A Small and An Abridged life table Using A Mathematical Population. ودراسة Elizabeth Arias [14] (2010) عن احدث جداول الوفة الأمريكية بعنوان United State Life tables, 2006 .

مشكلة البحث

تقوم صناعة التأمين علي الحياة والتأمينات الاجتماعية بتقدير تكلفة الخدمة التي تقدمها للعملاء بلإعتماد علي بيانات الخبرة في مجال الوفيات والإصابات والبقاء علي قيد الحيلاة عند عمر معين، وتصاغ بيانات الخبرة بشكل فني معقد في جداول الوفيات الإكتوارية الخاصة بشركات التأمين، وإنتاج جدول اكتواري لبيانات الخبرة يحتاج الي وقت وطويل وجهد كبير ومال كثير، ولذلك كان الاسلوب العادي لبناء جدول وفيات يتم علي فترات طويلة قد تصل الي عشر سنوات، وبسبب توافر النماذج المطورة والتكنولوجيا العالية اصبح من الممكن تطوير جداول إكتوارية نوعية سنوية. ورغم التطور الهائل في اساليب بناء وتطوير الجداول الاحصائية الا أن العلاقة بين جداول إحصاءات السكان علي المستوي القومي والجداول الإكتوارية المستخدمة في صناعة التأمين لم يتناولها الباحثون بصورة واضحة ومستقلة مما حدا بالباحثين الي التعرض الي تلك العلاقة للإستفادة منها في مقارنات عديدة بين المجتمع السكاني والمجتمع الخاص بحاملي وثائق التأمين علي الحياة. وبالتركيز علي الخصائص الأساسية المشتركة بين المجتمع الأصلي ومجتمع حاملي وثائق التأمين والذي

يعتبر جزءا من المجتمع الأصلي يمكن استخدام احد أهم الأساليب الإحصائية للفرز والتصنيف وهو اسلوب تحليل التمايز.

هدف البحث

إن بناء علاقة رياضية بين الخصائص الأساسية للمجتمع السكاني القومي والخصائص الأساسية لمجتمع حاملية وثائق التأمين علي الحياة قد تفيد في وضع إطار يمكن الباحثين للاستفادة من العلاقات الرياضية الإحصائية في ربط بيانات الجداول الإكتوارية والجداول السكانية. كما تمكن هذ العلاقة من إستنتاج وتوقع معدلات الوفاة لأي من المجتمعين في المستتقبل. وهذا يعني إمكانية بناء جدول إكتواري من جدول سكاني والعكس صحيح.

أهمية البحث

1. إيجاد علاقة رياضية بين معدلات الوفاة من واقع الإحصاءات العامة للسكان ومعدلات الوفاة المتوقعة من واقع خبرة شركات التامين قد تمكن شركات التأمين والهيئات العاملة في نظم التأمين الاجتماعي من التخطيط لحجم العمل والغلتزامات في المستقبل.
2. إبراز أهمية سياسة الكشف الطبي على المؤمن قبل الموافقة على التأمين لدى شركات التأمين
3. لاشك أن توافر جدول حياة كامل مناسب سيمكن شركات التأمين المصرية من حساب دوال إكتوارية مناسبة وتقدير الأقساط بشكل واقعي وعادل وتقدير إحتياطيات فنية مناسبة.

حدود البحث

تتطلب عملية تطبيق الدالة وإختبارها بيانات خبرة عملية مثل إحصاءات السكان وبيانات خبرة سوق التأمين علي الحياة في مصر. وقد حددت بيانات خبرة السكان الواردة في جداول الإحصاء السكاني 2006 والمعدة بواسطة الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء في مقابل بيانات خبرة سوق التأمين المعدة في جداول إكتواريةعام 2006 بواسطة جمعية الخبراء الإكتواريين المصريين. وتقتصر الدراسة على إستخدام ثلاث خصائص أساسية كمتغيرات للتميز بين المجتمعين وهي معدلات الوفاة لتمثل الحالة الصحية للمجتمع ، والدخل السنوي ليمثل الحالة الإقتصادية ، ودرجة التعليم لتمثل الحالة الثقافية.

ويتناول الباحثان هذه الدراسة في ثلاث مباحث.

الأول: إعداد جداول الحياة القومية والإكتوارية.

الثاني: بناء العلاقة الرياضية بين محتويات الجدولين.

الثالث : تطبيق العلاقة الرياضية.

المبحث الأول

إعداد جداول الحياة القومية

رغم اختلاف طول الحياة من فرد إلى آخر إلا أنه في الإمكان تصوير الحالة العامة للحياة والوفاة لأفراد المجتمع الواحد أو لمجموعة نوعية منه في جداول الوفيات حيث يمكن لهذه الجداول أن تتضمن الصورة العامة لقدرة المجموعة علي مقاومة الموت، فهي توجز طريقة وسرعة إنقضاء الحياة ومن ثم يفيد ما يمكن أن يستنتج من هذه الجداول في التخطيط من أجل التعليم والتشغيل والأعباء الصحية.. الخ. ولذلك كان الشغل الشاغل للإحصائيين في مجال السكان والاكتواريين في مجال التأمين علي الحياة بناء الدوال الرياضية وطرق تطبيقها للتوصل الي تلك الجداول. الجدير بالذكر أن استخدام العينات الاحصائية يعد امرا ضروريا في مثل هذه الأحوال حيث يصعب تماما استخدام الفحص الشامل. وبناء علي ذلك فإن تحديد طبيعة وعدد مفردات العينة المستخدمة بدرجة عالية من الدقة يعد ضروريات الحسابات الاكتوارية، وفي مجال الاحصاءات السكانية والدراسات الاكتوارية تسمي العينة الخاضعة للدراسة بعدد المعرضين للخطر Exposures. وتقدير عدد المعرضين للخطر من أهم نقاط البحث في هذا المجال حيث يمثل مقام دالة تقدير إحتمال الوفاة، تستخدم في تقديرهذا الإحتمال العديد من الطرق بهدف إعداد جداول الحياة القومية [17] كما يلي:

أولا : – بإفتراض توزيع أن الوفيات تتوزع بإنتظام خلال الفترة العمرية $(x, x+1)$.

تفترض الطريقة الأولي أن الوفيات تتبع توزيعا منتظما داخل الفترة العمرية $(x, x+1)$ ومن ثم فإن الهدف الرئيسي من هذه الطريقة هو إجراء ما يشبه تحليل الحساسية لإظهار تأثير الفروض البديلة بالمقارنة مع افتراض أن الوفيات تتبع التوزيع المنتظم. ووفقا لافتراض انتظام توزيع الوفيات خلال الفترة العمرية $(x, x+1)$ يقدر إحتمال الوفاة الخام طيقا للمعادلة الآتية:

$$m_{(t,x,s)} = \frac{d_{(t,x,s)}}{\frac{1}{2}P_{(t,x,s)} + \frac{1}{2}P_{(t+1,x,s)}} \qquad (1)$$

حيث : t تمثل سنة التعداد، x : تمثل العمر بالسنوات $(x = 0, 1, 2, \ldots\ldots, 99, 100+)$, s تمثل النوع (ذكور/ إناث / إجمالي السكان)، $d_{(t,x,s)}$ تمثل عدد الوفيات من بين السكان الداحلين في عملية الحصر عند العمر x للنوع s خلال السنة t ، $P_{(t,x,s)}$ تمثل عدد السكان عند تمام العمر x للنوع s والمقيمين في الدولة في منتصف السنة t. وبإستخدام هذه الطريقة يمكن تقدير الدوال الحيوية: احتمال الوفاة ، عدد السكان الساكن – الثابت– عند العمر x والنوع s ، مجموع عدد سنوات الحياة التي يعيشها فوج من تمام العمر 100 إلى وفاتهم، باالمعادلات التالية:

$$q_{(x,s)} = \frac{m_{(x,s)}}{1+\frac{1}{2}m_{(x,s)}} \quad , \quad x = 0, 1, 2, ...99,100 + \quad (2)$$

$$L_{(x,s)} = l_{(t,x+1,s)} + \frac{1}{2}d_{(x,s)} \quad for\ x = 0, 1,..., 99 . \quad (3)$$

$$L_{(100,s)} = = \frac{l_{(100,s)}}{m_{(100,s)}} \quad (4)$$

ثانيا : – بافتراض توزيع منتظم للوفيات حسب العمر والجيل.

تعتمد هذه الطريقة لبناء جداول الحياة على منهجية بناء الجداول القائمة علي قاعدة بيانات الوفيات البشرية الأمريكية. ووفقا لهذه الطريقة يقدر مقام المقدار $m_{(t,x,s)}$ بافتراض توزيع منتظم للوفيات بين الأفراد من نفس العمر والجيل من خلال العلاقة التالية:

$$\frac{1}{2}P_{(t,x,s)} + \frac{1}{2}P_{(t+1,x,s)} + \frac{1}{6}\left(D_{(t,x,g,s)} - D_{(t,x,g-1,s)}\right) \quad (5)$$

حيث: g تمثل جيل من الأفراد بلغوا تمام العمر x في السنة t حيث ، g = t - x ، $D_{(t,x,g,s)}$ عدد الوفيات التي حدثت في السنة t عند العمر x والجيل g والنوع s . ولذا فإن

$$m_{(t,x,s)} = \frac{D_{(t,x,g,s)} + D_{(t,x,g-1,s)}}{\frac{1}{2}P_{(t,x,s)} + \frac{1}{2}P_{(t+1,x,s)} + \frac{1}{6}\left(D_{(t,x,g,s)} - D_{(t,x,g-1,s)}\right)} \quad (6)$$

$$for\ x = 0, 1 , 2 , ...99,100+$$

وبإستخدام هذه الطريقة يمكن تقدير الدوال الحيوية: احتمال الوفاة ، عدد السكان الثابت عند العمر x والنوع s ، متوسط عدد سنوات الحياة التي يعيشها فوج في الفئة العمرية الأخيرة +100 إلى وفاتهم، باستخدام المعادلات التالية علي التوالي:

$$q_{(x,s)} = \frac{m_{(t,x,s)}}{1+\left(1-a_{(x,s)}\right).m_{(t,x,s)}} \text{ , for x = 0, 1, 2…99,100 +;} \quad (7)$$

$$a_{(x,s)} = \frac{\frac{1}{3}D_{(t,x,g,s)} + \frac{2}{3}D_{(t,x,g-1,s)}}{D_{(t,x,g,s)} + D_{(t,x,g-1,s)}}$$

$$a_{(100,s)} = \frac{1}{m_{(100,s)}}$$

ثانيا : – بافتراض توزيع تواريخ الوفاة الفعلية المسجلة.

في هذه الطريقة، يمكن الحصول على مقام المقدار $m_{(t,x,s)}$ كما يلي:

$$\frac{1}{2}P_{(t,x,s)} + \frac{1}{2}P_{(t+1,x,s)} + \sum_i b_{(t,x,s,i)} \qquad (8)$$

حيث : $b_{(t,x,s,i)}$ تمثل الفرق (بالسنوات) بين تاريخ الوفاة وتاريخ الميلاد في السنة t لكل شخص عمره x من النوع s ، يموت في السنة t. ومن ثم فإن:

$$m_{(t,x,s)} = \frac{D_{(t,x,g,s)}}{\frac{1}{2}P_{(t,x,s)} + \frac{1}{2}P_{(t+1,x,s)} + \sum_i b_{(t,x,s,i)}} \qquad (9)$$

for x = 0, 1 , 2 ,..,99,100+

وبالتالي يكون احتمال الوفاة $q_{(x,s)}$ على النحو الآتي :

$$q_{(x,s)} = \frac{m_{(t,x,s)}}{1+\left(1-a_{(x,s)}\right).m_{(t,x,s)}}, \text{ for } x = 0 , 1 , 2 , ...99,100+ \qquad (10)$$

$$a_{(x,s)} = \frac{\sum_{i=1}^{D_{(t,x,s)}} a_{(t,x,s,i)}}{D_{(t,x,s)}}, \; x = 0,1,....,99$$

ويمثل المقدار السابق متوسط عدد سنوات الحياة في السنة الأخيرة من حياة الأشخاص الذين يموتون في الفترة العمرية (x, x+1)، ويساوي تقريبا متوسط وقت الحياة (بالسنوات) في السنة t لكل شخص i يموت في الفترة العمرية (x, x+1) خلال السنة t. وإلى جانب ذلك ، فإن متوسط عدد سنوات الحياة التي عاشها الأشخاص من النوع s المنتمون للفئة العمرية الأخيرة في سنة الأساس t يكون كالتالي:

$$a_{(100,s)} = \frac{1}{m_{(100,s)}} \qquad (11)$$

إعداد الجداول الإكتوارية للحياة

عند إعداد جداول الوفيات (الجداول الإكتوارية) من واقع خبرة شركات التأمين غالبا ما تكون هذه

البيانات متاحة في صورة فردية في شكل نتائج لوثائق التأمين، كما أن بيانات الوفيات قد لا تكون كافية عند أعمار معينة ، لذا يحتاج الأمر إلى تجميع هذه البيانات في صورة فئات عمرية وتقدير العدد الكلي المعرض للخطر لإستخدام الدوال الرياضية لتقدير احتمالات الوفاة الخام لكل مجموعة من المعرضين للخطر داخل كل فئة من الفئات وليس لكل عمر على حدة ، وهذا يعني بيانات الخبرة في صورة جدول مختصر. ولإعداد جدول حياة كامل بالاعتماد على تلك البيانات يستلزم الأمر أن يتم استكمال بيانات الخبرة داخل الفئة باستخدام طريقة رياضية مناسبة للتوصل إلى جدول يحتوي بيانات كاملة عن خبرة شركات التأمين فيما يتعلق بدالة وفيات المجموعة ودالة مقاومتهم للموت. وبهدف بناء جدول اكتواري يمثل خبرة السوق المصري تم الاستعانة بدراسة جمعية الخبراء الإكتواريين المصرية لمعدلات وفيات المؤمن عليهم بشركات التأمين المصرية[1]. وقد استخدمت الدوال الرياضية الاكتوارية لتقدير معدلات الوفاة الخام ، كما استخدمت بعض النماذج الرياضية لتدريج البيانات، وإختبار جودة التدريج آخذين في الإعتبار فترة بيانات الخبرة (2006 - 2003) وفئات عمرية خمسية كما يلي:

1. دالة معدل الوفاة الخام q_x

بستخدم معدل الوفاة الخام في التقديرات الإكتوارية كمدخل لتهذيب البيانات Graduated data بهدف بناء جدول الخبرة الإكتوارية التي تستخدم فيما بعد في تقدير اسعار التأمين.

$$q_x = \frac{d_x}{E_x}; \qquad (12)$$

$$E_x = \sum_{x=\text{x-2.5}}^{\text{x+2.5}} \left[\sum_{z=2003}^{2006} \left(\frac{1}{2} \left({}^{z-1}P_{x-1} + {}^{z}P_x + {}^{z}\theta_x \right) \right) \right]$$

$$d_x = \sum_{x=\text{x-2.5}}^{\text{x+2.5}} \left[\sum_{z=2003}^{2006} {}^{z}\theta_x \right]$$

حيث : x تمثل العمر= السنة Z – سنة الميلاد ($Calendar\ Age$)، ${}^{Z}P_x$ تمثل عدد الأحياء عند تمام العمر x في 30/6/Z 30/6/ Z ، ${}^{z}\theta_x$ تمثل عدد الوفيات للعمر x للسنة المنتهية 30/6/Z (أي الفترة من 30/6/Z-1 وحتى 30/6/Z).

2. النماذج الرياضية لتدريج البيانات.

ساهم العديد من الباحثين في العلوم الاكتوارية في إنتاج سلسلة من النماذج الرياضية التي تستخدم

---

[1] – **تمت الدراسة تحت إشراف هيئة الرقابة على التأمين عن الفترة 2003 – 2006**

في تدريج البيانات حيث استخدم المتخصصون:

أ – **نموذج Gompertz [18]** وصيغته **هي** $q_x = B.c^x$ حيث B, c معاملان يتم تقديرهما من خلال برنامج لتعظيم نتائج التدريج وملائمة البيانات، والمتغير x يمثل سنوات العمر المختلفة. ويتميز هذا النموذج الرياضى بسهوله استخدامه وإمكانية استنباط المعاملات لحساب احتياطيات الوثائق المؤقتة لكل الأعمار. وبناء عليه يستخدم هذا النموذج من قبل العديد من الباحثين والتطبيقين رغم أنه يغالى فى تقدير معدلات الوفاة فى الأعمار الكبيرة ويدنى تقديراتها فى الأعمار الصغيرة ولذلك قد لا يكون النموذج الأنسب لتسعير الوثائق.

ب – **نموذج *A67/70*** *وصيغة هذا النموذج تمثلها المعادلة* الرياضية $q_x^e = a + bx.q_x^{standard}$ وتتميز معادلة جدول *A67/70* بأنها لا تنحاز لمعدل الوفاة لفترة عمرية على حساب فترة عمرية أخري لأنها تتكون فى الحقيقة من معادلتين وليست معادلة واحدة.

ج – **مقاييس جودة التدريج** وتتمثل مقاييس جودة الدريج في عدة اختبارات منها

1. **طريقة مجموع مربعات الخطأ الصغرى** المرجحة بالأعداد ًWSSE لإيجاد المعاملات فى المعادلات الرياضية السابقة. ويقصد بالخطأ في هذه الطريقة الفرق بين معدل الوفاة الفعلي ومعدل الوفاة المقدربناء علي النموذج. ومعادلات هذه الطريقة هي:

$$e = q_x^{fitted} - q_x^{actual} \qquad (13\ a)$$

$$WSSE = \frac{\sum_0^{100}\left[E_x . e_x^2\right]}{\sum_0^{100} E_x} \qquad (13\ b)$$

ويقدر الخطأ في تقدير معدل الفاة الخام EE بالمعادلة الآتية:

$$EE = 2\left(\sqrt{\frac{\hat{p}_x . \hat{q}_x}{E_x}}\right) \text{ at DC} = 1 - \alpha = 0.95 \qquad (13\ c)$$

2 . طريقة اختبار χ^2 حيث يتم اختبار جودة توفيق البيانات المتوقعة مع البيانات الفعلية عن طريقة مقارنة ناتج تطبيق معادلة χ^2 مع القيمة الجدولية من جدول يحمل نفس الإسم، ومن ثم نقرر قبول (عدم قبول) الفرض القائل بعدم وجود فروق جوهرية بين البيانات الفعلية والبيانات المقدرة للظاهرة محل الدراسة.

3. اختبار الانحرافات الفردية المعيارية حيث يقوم هذا الاختبار بنفس ما يقوم به اختبار χ^2 حيث يختبر اقتراب معدلات الوفاة المتوقعة من معدلات الوفاة الفعلية باستخدام الانحرافات الفردية المعيارية المحسوبة من واقع بيانات الجدول الخاضع للدراسة. ويعتمد هذا الاختبار علي انه اذا كانت القيم الناتجة تقع داخل حدود الاختبار ± 2 نقبل فرض العدم واذا وقعت خارجه نرفض هذا الفرض ونقبل الفرض البديل [19] .

4 إختبار الإشارة حيث يحدد اختبار الإشارة إمكانية قبول فرض العدم اذا كان هناك توازن مقبول بين عدد الإشارات الموجبة والسالبة ونرفضه اذا كان العكس[19].

5. اختبار الانحرافات المتراكمة حيث يمكن تحديد إمكانية قبول فرض العدم عن طريق حساب مجموع الانحرافات الفردية وذلك من خلال بيانات الجدول تحت الدراسة، وأيضاً حساب مجموع التباين لحساب قيمة المقدار

$$\left[\frac{\sum(\theta_x - E_x q_x)}{\sqrt{\sum(E_x q_x p_x)}}\right] \qquad (14)$$

وطبقا لنتائج الإختبارات الأربعة السابقة يمكن الحكم علي أن تقدير الإختلافات بين بيانات العينة الممثلة لحملة وثائق التأمين وبيانات الجدول القومي اختلافات مقبولة أم لا.

المبحث الثاني

بناء العلاقة الرياضية بين محتويات الجداول القومية والإكتوارية

من المعروف أن محتويات الجداول القومية تصور – في أحد استنتاجاتها – سلوك قدرة أفراد المجتمع علي مقاومة الموت، وقد يحتاج الأمر الي معرفة دلالات عن سلوك قدرة مجموعة معينة علي مقاومة الموت لا تتوافر بصفة مستقلة عن تلك العينة يمكن التوصل اليها من بيانات المجتمع ، وقد نحتاج – علي المستوي القومي – معرفة معلومات حياتية عن أفراد المجتمع يمكن التوصل اليها من مثيلتها التي تتوافر علي مستوي عينة مسحوبة من نفس المجتمع. وتحقق العلاقة الرياضية – التي تتكون من عدة متغيرات اساسية تمثل الهيكل الأساسي للتمييز بين المجتمعيين، مجموعة مفردات العينة ومفردات المجتمع التي سحبت منه – هدفا مستقبليا هاما يتمثل في إمكانية إعتماد أحد المجتمعين علي الآخر في حالة عدم وجود بيانات أو عدم كفاءتها ويحتاجها متخذي القرار للتعامل مع ظاهرة معينة في أي من المجتمعين محل الدراسة. ويستخدم الأسلوب الإحصائي تحليل التمايز كأداة مناسبة للتوصل الي العلاقة الرياضية المنشودة، حيث تتسم تلك الأداة بإمكانيات الفرز والتمييز لأي مفردة أو مجموعة من المفردات نرغب في تصنيفها لأي من المجتمعين المتداخلين بناء علي مجموعة من المتغيرات المشتركة بينهما، ولما تتطلبه تلك الأداة من إجراءات عند التطبيق العملي. ومن المعلوم إحصائيا أن دالة تحليل التمايزتعتمد بنائها على عدة فروض أهمها أن [20]:

1- دوال كثافة الإحتمال للمتغيرات الممثلة للصفات المشتركة بين m من المجتمعات المتداخلة في صفاتها $f_1(x)\ ,\ f_2(x),....f_m(x)$ تتبع التوزيع الطبيعي. متعدد المتغيرات.

2- عدد المتغيرات المشتركة k لها متوسطات $\mu_1\ ,\mu_2,....\mu_k$ معلومة.

3- مصفوفة التغاير لكل مجتمع معلومة ومتساوية.

4- الاحتمالات القبلية في المجتمعات $\left(p_1\ ,p_2,....p_m\right)$معلومة أيضا.

5- عدد مفردات كل متغير من المتغيرات الممثلة للصفات المشتركة n تكون متساوية.

مجتمعات الدراسة ومتغيراتها الأساسية المشتركة.

تقوم هذه الدراسة علي التمييز بين مجتمع السكان القومي له سمات صحية وإقتصادية وثقافية محددة، وبين مجتمع المؤمن علي حياتهم بواسطة وثائق تأمين تتطلب – لإقتنائها – وعيا تأمينيا وقدرة مالية ويخضع طالبها لكشف طبي يحدد مستواه الصحي. وبناء علي ما سبق يعتمد أسلوب التحليل التمييزي للفصل بين مجتمعي الدراسة على تحديد دالة التمييز بينهما Discriminate Function ، وتعتمد تلك الدالة في بنائها علي ثلاثة من الصفات الأساسية المشتركة بين المجتمعين وهي كما يلي:

1- **الصفات الصحية:** تمثل الصحة العامة لأفراد المجتمع سمة أساسية له وأفضل قياس لجودة

الحياة الصحية معدلات الوفيات خلال سنوات العمر المختلفة، ويمثل هذه الصفة متغير حاكم في حياة الشعوب وهو عدد الوفيات في سنوات العمر المختلفة ويرمز لهذه الصفة في المجتمع السكاني (X_1) بينما يرمز لها في المجتمع الثاني (مجتمع حملة وثائق التأمين) (Y_1).

2- **الصفات الإقتصادية:** تعتبر المقدرة الإقتصادية لأفراد المجتمع سمة أساسية له وأفضل قياس لمستوي القدرة الإقتصادية هو متغير متوسط الدخل السنوي للفرد حيث يعتبر هذا المتغير من المتغيرات الحاكمة في حياة الشعوب ويرمز لهذه الصفة في المجتمع السكاني (X_2) بينما يرمز لها في المجتمع الثاني (مجتمع حملة وثائق التأمين) (Y_2).

3- **الصفات الثقافية:** تمثل الثقافة العامة وعاء للوعي النوعي بالمواقف والأحداث وتشكل قدرة الفرد علي اتخاذ قرارات سليمة والقيام بسلوك مناسب تجاه الموقف أو الحدث. وأفضل قياس لهذا المتغير درجة التعليم التي وصل اليها الفرد. ويرمز لهذه الصفة في المجتمع السكاني (X_3) بينما يرمز لها في المجتمع الثاني وهو مجتمع حملة وثائق التأمين (Y_3).

بناء دالة التمييز

لدينا في هذ الدراسة مجتمعين ($m = 2$) لهما صفات مشتركة تمثلها ثلاثة متغيرات هي X_1, X_2, X_3 للمجتمع الأول , وللمجتمع الثاني Y_1, Y_2, Y_3 وعدد مفردات كل متغيريساوي n . وإذا كانت المتغيرات X_1, X_2, X_3 هي متغيرات عشوائية توزيعها المشترك هو توزيع معتدل بمتوسطات $x\mu_1, x\mu_2, x\mu_3$ وتباينات $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ في المجتمع الأول، وإذا كانت المتغيرات Y_1, Y_2, Y_3 هي متغيرات عشوائية توزيعها المشترك هو توزيع معتدل بمتوسطات $y\mu_1, y\mu_2, y\mu_3$ وتباينات $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2$ في المجتمع الثاني، مع العلم بأن العينات التي تؤخذ من كل مجتمع هي عينات عشوائية. ولإيجاد أفضل تقدير لدالة التمييز ينبغي أن نقدر المعالم $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ بقيم a_1, a_2, a_3 تجعل الدالة $\sum a_1 x_1$ ذات أقل خطأ ممكن للتقسيم وهذا ما يجعل النسبة $\left|\frac{\delta}{\sigma}\right|$ أكبر ما يمكن حيث

$$\delta = \sum_{r=1}^{3} \alpha_r \left({}_x\mu_r - {}_y\mu_r \right), \quad \sigma^2 = \sum_{r=1}^{3}\sum_{c=1}^{3} \alpha_r \alpha_c \sigma_{rc} \qquad (15)$$

وهذا يعني أننا نقدر

$$\delta = \alpha_1 \left({}_x\mu_1 - {}_y\mu_1 \right) + \alpha_2 \left({}_x\mu_2 - {}_y\mu_2 \right) + \alpha_3 \left({}_x\mu_3 - {}_y\mu_3 \right)$$

$$\sigma^2 = \alpha_1^2 \sigma_{11} + \alpha_2^2 \sigma_{22} + \alpha_3^2 \sigma_{33} + 2\alpha_1\alpha_2 \sigma_{12} + 2\alpha_1\alpha_3 \sigma_{13} + 2\alpha_2\alpha_3 \sigma_{23}$$

ولتجنب الإشارات نقدر $\Delta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2}$ بدلا من Δ. بإستخدام المعادلة الآتية

$$\Delta^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2} = \frac{\left(\sum \alpha_r \, \delta_r\right)^2}{\sum\sum \alpha_r \alpha_c \, \sigma_{rc}} \qquad (16)$$

$$= \frac{\delta^2}{\sigma^2} = \frac{\left(\sum \alpha_r \, \delta_r\right)^2}{\left(\frac{1}{n_1 + n_2 - 2}\right)\left(\sum\sum \alpha_r \alpha_c \, m_{rc}\right)}; \qquad (17)$$

m_{rr} = مجموع المربعات للمتغير X_r في المجتمعين ($r = 1,2,3,\ldots\ldots,k$).

m_{rc} = مجموع حواصل الضرب للمتغيرين X_c ، X_r في المجتمعين.

وتقدم بعض البرامج الاحصائية تنفيذا علي الحاسب الآلي للخطوات العديدة المطلوبة للوصول الي دالة التمييز بالصيغة الآتية

$$D = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 \qquad (18)$$

النقطة الحدية (D)

كما في حالة المتغير الواحد ، من الطبيعي أن نأخذ متوسط المجتمعين كنقطة حدية تفصل بينهما ، وعلى ذلك نقدر قيمة النقطة الحدية D_0 من العينتين كالآتي :

$$D_0 = \frac{1}{2}\sum_{r=1}^{3} a_r \left(\bar{x}_r + \bar{y}_r\right) \qquad (19)$$

وهكذا نكون قد حصلنا على دالة التمييز (18) والقيمة الحدية (19). فإذا حصلنا على قياسات x_1, x_2, x_3 لعينة جديدة ، يمكن بالتعويض بهذه القياسات في الدالة (18) ثم المقارنة بالقيمة D_0 لنقرر ما إذا كانت العينة الجديدة تنتمي إلى المجتمع القومي للسكان أو إلى مجتمع المؤمن عليهم بالاعتماد علي الصفات الصحية والاقتصادية والثقافية. والجدير بالكر أن المعادلتين الأخيرتين توصلنا الي معادلة للتمييز بين المجتمعين ونقطة حدية تستخدم لتحديد المجتمع التي تنتمي اليه العينة المراد تصنيفها مجددا. في دراستنا هذه تتم العملية السابقة لكل سنة عمر، وهذا يعني اننا نحتاج الي تنفيذ هذ العملية 30 مرة طبقا للحدود العمرية للدراسة (30:59) ويتكون لدينا 30 نقطة حدية تمثل متغيرا $D_{i,x}$ ويمكن تفسير سلوك المتغير $D_{1,30}, D_{2,31}, D_{3,32}, \ldots D_{30,59}$. مع الزمن t ، وهذا ما نحتاجه لبناء العلاقة الرياضية بين المجتمع القومي للسكان ومجتمع المؤمن علي حياتهم كعينة مسحوبة منه.

بناء الدالة الرياضية

يمكن بناء معادلة لتفسير سلوك متغير النقاط الحدية باستخدام أسلوب تحليل السلسلة الزمنية

والاختبارات الإحصائية اللازمة لتحديد نوع الدالة. ويمكن صياغة الدالة التي تحكم سلوك متغير النقاط الحدية باعتبارها دالة في الزمن حيث $\hat{D}_i = a + b_i (x,t)_i + \varepsilon_i$. ولاظهار متغيرات التمييز بحقيقتها حيث $X_{1,t} : (\text{Dth. N})_{1,t}$, $X_{2,t} : (\text{Inc.})_{2,t}$, $X_{3,t} : (\text{Awar.})_{3,t}$ تكون صيغة الدالة كما يلي:

$$D_{t,x} = a_{1,t} (\text{Dth.N})_{X1,t} + a_{2,t} (\text{Inc.})_{x2,t} + a_{3,t} (\text{Awar})._{x3,t} + \varepsilon_t \quad (20)$$

وهذا يعني أن النموذج رقم 12 تستخدم في تمييزوفرز الفرد أو مجموعة الأفراد في العمر 42 سنة اذا كان التطبيق قد بدأ من العمر 30 أما اذا كانت بداية التطبيق 25 فان نفس النموذج يستخدم للتمييز الفرد أو مجموعة الأفرداد في العمر 37 سنة وتكون صيغة النموذج المستخدم للمجموعة كما يلي:

$$D_{12,42} = a_{1,12} (\text{Dth.N})_{42,1,12} + a_{2,12} (\text{Inc.})_{42,2,12} + a_{3,12} (\text{Awar})._{42,3,12} + \varepsilon_{12} \quad (21)$$

والجدير بالذكر النموذج المستخدم لكل عمر تم أختبار من حيث كونه نموذجا خطيا أو غير خطي، ومن ثم يحمل النموذج في طياته عند التطبيق طبيعته وإمكانية استخدامه في التمييز طالما أمكن تقدير إحتمال خطأ التقسيم.

تقدير إحتمال خطأ التقسيم

يمكن تقدير إحتمال خطأ التقسيم لنموذج دالة التمييز طبقا للصيغة رقم (15) حيث تكون أكبر قيمة لهذا الإحتمال هي المقدرة بالصيغة الآتية:

$$P\left(z^3 \frac{\delta}{2\sigma} \right) \quad \textbf{(22)}$$

ويمكن اسستخدام صيغة اخري لتقدير احتمال خطأ التقسيم بالاستعانة بجدول المساحات أسفل المنحنى المعتدل القياسي ودرجة ثقة معينة في دالة التمييز.

المبحث الثالث

الدراسة التطبيقية

تقتضي الدراسة التطبيقية مرحلتين من العمل الأولي: مرحلة تجهير المتغيرات الحاكمة في دالة التمايز علي مستوي المجتمع السكاني ومجتمع المؤمن عليهم ومرحلة التطبيق واستخراج النتائج.

المرحلة الأولي: تجهيز البيانات

تتطلب عملية تجهير المتغيرات الثلاثة الصحية والإقتصادية والثقافية بعض المرونة في التوصل الي تلك المتغيرات كما يتضح في الآتي:

أولا:- العامل الصحي (متغير عدد الوفيات)

تمثل الحالة الصحية للمجتمعين عاملا حاسما للتمييز بينهما ويعبر عنه رياضيا بمتغير عدد الوفيات حيث يتم اتباع خطوات الاحصاء السكاني بالنسبة للمجتمع القومي للسكان والرياضيات الاكتوارية للتوصل الي متغير عدد الوفيات لمجتمع المؤمن علي حياتهم. وقد اعتمد في التوصل الي المتغير الأول للمجتمعين من بيانات الخبرة للمجتمعين عام 2006م كما يلي

1 - المجتمع الأول (المجتمع السكاني)

تحتفظ الدول التي تتوافر بها تعددات سكانية دقيقة ومستمرة بجداول وفيات كاملة لسكانها حيث تعتمد تلك الجداول في تكوينها على ما تجمعه المراكز المتخصصة من بيانات وإحصاءات متصلة بالسكان. ويعد المتخصصون جداول مختلفة تحتوي الخاصية الأساسية للسكان. تقوم الدولة بتسجيل الوفيات لمختلف حالات الوفاة للسكان خلال سنوات العمر المختلفة بهدف إعداد جدول وفيات للسكان، وتتم عملية التسجيل يوميا وتجمع وتصنف عينة عشوائية من التسجيلات لتصب في جداول كل 10 سنوات موضحة معدلات الوفاة خلال الأعمار المختلفة. ومن المعروف أن آخر تعداد سكاني في مصر تم إعداده عام 2006م. وينشيء المتخصصون جدول وفبات مختصر ذات فئات خمسية، ثم يتم التوصل الي جدول كامل بإستخدام عملية التدريج. ويظهر متغير عدد الوفيات في مصر كما يلي:

جدول رقم (1)

جدول للسكان ذو فئات خمسية للأعمار من 0 : آخر سن في الجدول

x	$n\,d_{(2006,x,s)}$	x	$n\,d_{(2006,x,s)}$
أقل من 5	46978	- 40	12701
- 5	5239	- 45	19203
- 10	3976	- 50	31324
- 15	6091	- 55	36853
- 20	6838	- 60	38080
- 25	7153	- 65	43806
- 30	6602	- 70	49511
- 35	8503		

ونظرا لعدم توافر البيانات بصورة دقيقة وتفصيلية تتبع الطريق الأولى لعمل الجداول القومية ، وطبقا لهذه الطريقة يفترض أن تتبع الوفيات توزيعا منتظما داخل الفترة العمرية $(x\ ،\ x+1)$ ، ويقدر مقام

احتمال الوفاة الخام ($m_{(t,x,s)}$) كما في المعادلة (4). ولتقدير الزمن المركزي للتعرض للخطر لابد من استكمال عدد السكان وحساب زمن التعرض للخطر وعدد الوفيات ومعدلات الوفاة المستكملة $m_{(t,x,s)}$ واحتمالات الوفاة المستكملة $q_{(x,s)}$ بطريقة الفرق الخامس لـ"بير" خلال سنوات العمر المختلفة. وتظهر نتائج عملية الاستكمال وإستنتاج معدلات الوفاة في الملحق رقم (1). وتعتمد عملية تحليل معدلات الوفاة q_x المسواة باستخدام طريقة سبنسر بناء علي طريقة الإحدى وعشرون حدا ومن ثم تنتج المعدلات المسواة للأعمار من سن 30 سنة حتى 59 سنة كما في الجدول رقنم (2)[2].

جدول رقم (2)
معدل الوفاة الخام للأعمار من 30 : 59

x	Gradu q_x	x	Gradu q_x
30	**0.00126689**	**45**	**0.00407535**
31	**0.00131704**	**46**	**0.00459981**
32	**0.00136784**	**47**	**0.00524058**
33	**0.00142278**	**48**	**0.00600749**
34	**0.00148752**	**49**	**0.00689888**
35	**0.00156963**	**50**	**0.00790242**
36	**0.00167729**	**51**	**0.00899777**
37	**0.00181722**	**52**	**0.01015893**
38	**0.00199242**	**53**	**0.01135607**
39	**0.00220119**	**54**	**0.01255703**
40	**0.00243821**	**55**	**0.01372933**
41	**0.00269804**	**56**	**0.01484726**
42	**0.00297956**	**57**	**0.01590492**
43	**0.00329022**	**58**	**0.01693224**
44	**0.00364728**	**59**	**0.01800155**

2 – المجتمع الثاني (مجتمع المؤمن عليهم)

للتوصل الي المتغير الأول الخاص بالمجتمع الثاني تم الاستعانة بدراسة لمعدلات وفيات المؤمن عليهم بشركات التأمين المصرية والتي نفذت بواسطة جمعية الخبراء الإكتواريين المصرية تحت إشراف هيئة الرقابة على التأمين للفترة 2003 – 2006 وذلك للتوصل الي جدول اكتواري للوفيات، حيث تم استخدام المعادلات المناسبة لتقدير معدلات الوفيات الخام للعام المالي المنتهى في Z/6/30 والنتائج الممثلة للمعرضين للخطر والوفيات ومعدل الوفاة الخام في الجدول (3).

جدول رقم (3)
عدد الوفيات والمعرضين للخطر ومعدلات الوفاة الخام لعينة من المجتمع الثاني
(المؤمن عليم بشركات التأمين المصرية للعام 2006)

[2] – **البيانات في الجدول رقم (2) تمثل مصدر المتغير الأول في المجتمع الأول والمستخدم في تطبيق النموذج**

x	Deaths	Exposed to risk	Crude Mortality rate
20-24	**8**	**19695**	**0.000604**
25-29	**26**	**44064**	**0.000590**
30-34	**60**	**76518**	**0.000784**
35-39	**128**	**104439**	**0.001226**
40-44	**230**	**112197**	**0.002050**
45-49	**384**	**96015**	**0.003999**
50-54	**714**	**80564**	**0.008863**
55-59	**714**	**49226**	**0.014505**
Total	**2264**	**582716**	**0.032422**

وإستقر الرأى في تلك الدراسة على تدريج المعدّلات الخام واستخدام القيم البينية لجميع الأعمار بالإسناد لجداول قياسية مختلفة بغرض تحديد الأسلوب الأكثر ملائمة ، حيث يتم إختيار الجدول القياسى الذى عن تقدير قيمه أقل مجموع مربعات للفروق المرجحة بين المعدلات الخام والمقدرة. وقد استخدمت المعادلة $Y = a + b\ X$ لتهذيب البيانات حيث تمثل X معدل الوفاة طبقا للجدول المقارن بينما تمثلY معدل الوفاة المقدر. ومن تطبيق المعادلة نتجت القيم التالية لكل من ثوابت المعادلة (a, b) كما يلى:

Table	a	B
A49/52 Ult	**- 0.000699297**	**1.147952287**
A67/70 Ult	**- 0.00042162**	**1.369922432**

ومن ثم فإن قيم معدلات الوفاة المدرجة تكون في الصيغة الآتية لكل من الجدولين المعياريين.

Graduated q_x = - 0.00070 + 1.148 * $qx_{(A49/52)}$
Graduated q_x = - 0.00042 + 1.373 * $qx_{(A67/70)}$

بينما كانت نتائج تدريج البيانات باستخدام معادلة Gompertz كما يلي :

Table	a	B
Gompertz rule	**0.000221647**	**1.115586726**

ومن ثم فإن قيم معدلات الوفاة المدرجة تكون في الصيغة الآتية لكل من الجدولين المعياريين.

Graduated $\mu x = 0.00002 * (1.122\ x)$ (Gompertz rule)

وكانت مجموع مربعات الفروق بين المعدلات الخام والمعدلات المقدرة بالعتماد علي الجداول القياسية المستخدمة فكانت النتائج كما يلي :

	Gompertz Formula	w.r.t. A49/52	w.r.t. A67/70
WSSE	**1,921.7**	**701.8**	**1,027.7**

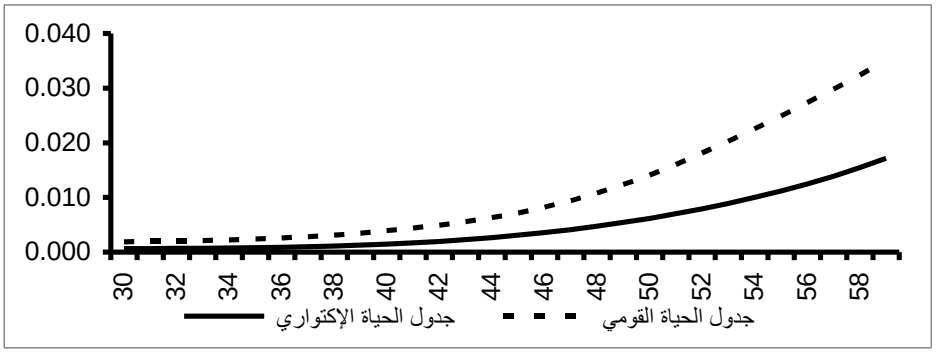
وهذا يعني أن افضل طريقة لتدريج البيانات هي ما تعتمد علي جدول A67/70 حيث أن مجموع مربعات الفروق المرجحه هو الأقل. وبناء علي هذا الأسلوب في تدريج البيانات يمكن أن نقدر معدلات الوفاة المعبرة عن الحالة الصحية للمجتمع الثاني والتي يوضحها الجدول رقم (4).

جدول رقم (4)

معدلات وفاة مجتمع المؤمن عليهم 2006 للأعمار 30:59 سنة

x	$\text{Gradu}\,q_x$	x	$\text{Gradu}\,q_x$
30	0.000632	45	0.003089
31	0.000655	46	0.003571
32	0.000678	47	0.004122
33	0.000713	48	0.004742
34	0.000759	49	0.005431
35	0.000816	50	0.006177
36	0.000896	51	0.007003
37	0.000988	52	0.007910
38	0.001114	53	0.008909
39	0.001264	54	0.009988
40	0.001459	55	0.011182
41	0.001688	56	0.012479
42	0.001952	57	0.013903
43	0.002274	58	0.015464
44	0.002653	59	0.017174

ومن الجدولين رقم (2)، ورقم (4) يمكن التوصل الي المتغير الأول في المجتمعين وذلك يضرب الاحتمالات في جدول (2) في رقم اساسي Radix ينتج المتغير الأول للمجتمع الأول، و يضرب الاحتمالات في جدول (4) في نفس الرقم الأساسي ينتج المتغير الأول للمجتمع الثاني. والقراءة المبدئية للفرق بين المتغير الأول في المجتمع الأول ونفس المتغير في المجتمع الثاني بتضح الفرق في الشكل رقم (1).



شكل (1) **منحنيات دالة علي معدلات الوفاة في المجتمعين**

يلاحظ من الشكل السابق أن احتمالات الوفاة في جدول خبرة شركات التأمين (الجدول الإكتواري) أقل بكثير من احتمالات الوفاة في جدول الحياة القومي من السن 30 حتى السن 59 ، وهذا ما يؤكد الفرض القائل بأن هناك فرق بين معدلات الوفاة المقدرة من بيانات التعداد السكاني ومعدلات الوفاة المقدرة من بيانات شركات التأمين.

ثانيا:- العامل الثقافي (متغير الوعي التأميني).

يعتمد الوعي التأميني علي العامل الثقافي عموما علي درجة التعليم بصفة خاصة، ويأخذ متغير الوعي التأميني قيما تتراوح بين: بدون مؤهل ودرجته (1)، الي مؤهل متوسط ودرجته (2)، فوق المتوسط ودرجته (3)، جامعي ودرجته (4)، فوق الجامعي ودرجته (5). ويتم تجهيز بيانات هذا المتغير في المجتمعين كما يلي:

1 – المجتمع الأول (مجتمع السكان)

طبقا لإحصائيات 2006 فإن توزيع السكان في مصر طبقا لفئات السن ودرجة التعليم والتي تعتبر اساسا لمتغير الوعي التأميني كانت البيانات الواردة في الجدول الآتي كما يلي[3].

جدول رقم (4)

توزيع المصريين طبقا لفئات السن ودرجة التعليم وفقا لإحصاءات التعداد السكاني(000)

فئات العمر فئات الوعي	30 -	35 -	40 -	45 -	50 -	55 -	التكرار النسبي لعدد المتعلمين
(1)	2097	2652	2560	2385	2030	1591	0.32728
(2)	1103	636	364	326	274	203	0.14286
(3)	772	774	620	474	381	235	0.24009
(4)	723	560	519	461	351	217	0.27834
(5)	17	16	15	17	16	12	0.01143

2 – المجتمع الثاني (مجتمع المؤمن عليهم)

بالنسبة للمجتمع الثاني (المؤمن عليهم) طبقا لفئات السن ودرجة التعليم لعام 2006 ، كانت البيانات كما ترد في الجدول التالي:

جدول رقم (5)

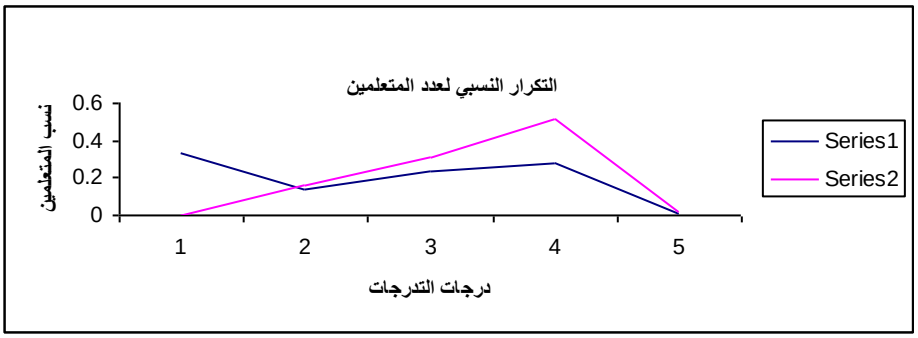
توزيع المؤمن عليهم طبقا لفئات السن ودرجة التعليم وفقا لإحصاءات التعداد السكاني[4]

فئات العمر فئات الوعي	**30 -**	**35 -**	**40 -**	**45 -**	**50 -**	**55 -**	**التكرار النسبي المتعلمين**
(1)	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**	**0**
(2)	**2454**	**2123**	**1024**	**634**	**205**	**80**	**0.165671**

[3] – **الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء ، 2006**

[4] – بيانات محفظة وثائق التأمين علي الحياة في السوق المصرية

0.31597	**104**	**411**	**713**	**1524**	**3030**	**2508**	**(3)**
0.512768	**134**	**431**	**920**	**1899**	**3057**	**3649**	**(4)**
0.00559	**3**	**8**	**16**	**14**	**28**	**19**	**(5)**



شكل (2) **رسم بياني للتكرار النسبي لعدد المتعلمين مرجحا بدرج التعليم في المجتمعين**

ثالثا:- العامل الإقتصادي (متغير الدخل السنوي)

يمثل العامل الاقتصادي ارضية اساسية للطلب حيث أثبتت الدراسات التي أعدت في هذا الشأن أن متغير دخل الفرد يعتبر دافعا اساسيا للطلب علي التأمين، وبناء علي ذلك فإن متغير الدخل له دور حاسم في التفرقة بين المجتمعين محل الدراسة. وقد بلغ متوسط الدخل السنوي للأسرة بالجنيه المصري 13458 ج [5] ، ونجد أن هناك حد أدنى لمستوى الإنفاق حتى تعيش الأسرة أو الفرد متمثلا في الغذاء والكساء والمأوى ورعاية صحية والتعليم والانتقالات ، ويبدأ تفكير الفرد في التأمين الذي يعد بالنسبة له عنصر ترفيهي بعد الاحتياجات الضرورية. ويمثل متوسط الإنفاق السنوي الكلي للأسرة على مجموعة بنود الإنفاق الأساسية 11235 ج. وفي حالة عدم توافر البيانات عن متغير الدخل السنوي فإنه يمكن تخليق متغير الدخل السنوي للأسرة طالما توافر قيمة الوسط الحسابي والإنحراف والحد الأدني والحد الأعلي للدخل السنوي. وقد تطلبت عملية تجهير المتغيرات الثلاثة الصحية والإقتصادية والثقافية بعض المرونة في التوصل الي تلك المتغيرات.

المرحلة الثانية: تطبيق البيانات وإستخراج النتائج

تم تجهيز البيانات عن المتغيرات الثلاثة حيث أخذت عينة عشوائية حجمها 100 من المشاهدات لكل عمر من 30 سنة الي تمام العمر 59 سنة في المجتمعين، وتم تقسيم العينة إلى 10 مجموعات وحساب المتوسطات والإنحراف المعياري لمتغيرات دالة التمييز لكل مجموعة[6]. حيث $n_1 = n_2 = 10$ وتم قياس الفروق $\left(f_r = \bar{x}_r - \bar{y}_r \right)$ بين أزواج المتوسطات في العينتين وتم تقدير القيم اللأزمة لتقدير دالة التمييز وهي:

---

[5] – الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء ، 2006

[6] – **أنظر الملحق رقم (2)**

$\delta_1 = 62.4$, $\delta_2 = -1.8$, $\delta_3 = -9841.1$

$m_{11} = 200064$, $m_{22} = 246$, $m_{33} = 8164121455$

$m_{12} = 5502$, $m_{13} = 33286765$, $m_{23} = 1284875$

وكانت المعادلات المبدئية كما يلي :

$$200064\,\alpha_1 + 5502\,\alpha_2 + 33286765\,\alpha_3 = 62.4$$

$$5502\,\alpha_1 + 246\,\alpha_2 + 1284875\,\alpha_3 = -1.8$$

$$33286765\,\alpha_1 + 1284875\,\alpha_2 + 8164121455\,\alpha_3 = -9841.1$$

وقدرت قيم نعاملات المعادلات كما يلي:

$a_1 = 0.0016576$, $a_2 = -0.0157049$, $a_3 = -0.0000055$

ومن ثم تكون دالة التمييز كما يلي:

$$D_{30} = 0.0016576\,x_1 - 0.0157049\,x_2 - 0.0000055\,x_3$$

ويمكن حساب النقطة الحدية D_0 كما يلي :

$$D_0 = \frac{1}{2}\sum_{r=1}^{k} a_r \left(\bar{x}_r + \bar{y}_r \right)$$

$$= \frac{1}{2}\left[0.0016576\,(126.2+63.8) - 0.0157049\,(2.3+4.1) - 0.0000055\,(14180.6+24021.7)\right]$$

$$= 0.002309669$$

ويتم تقدير أكبر إحتمال لخطأ التقسيم بهذه الدالة كما يلي :

$$\sum \alpha_r\,\delta_r = (0.0016576\times 62.4) + \left((-0.0157049)\times(-1.8)\right) + \left((-0.0000055)\times(-9841.1)\right)$$

$$= 0.185747641$$

وبتقدير قيمة $\frac{\delta}{\sigma}$ من العينة نجد أن:

$$\frac{\delta}{\sigma} = \sqrt{(n_1 + n_2 - 2)\sum_{r=1}^{k} a_r\, f_r}$$

$$= \sqrt{\left((10+10-2)\times 0.185747641\right)} = 0.835864385$$

ويقدر أكبر إحتمال لخطأ التقسيم =

$$= p\left(z^3 \geq \frac{\delta}{2\sigma}\right) = p\,(z^3 \geq 0.83586) = 20.16\ \%$$

والجدول الآتي يوضح النقاط الحدية وأكبر إحتمال خطأ تقسيم لدالة التمييز بين المجتمعين في حالة استخدام كل متغير علي حده أو كل متغيرين أو المتغيرات الثلاثة معا، وتفيد النتائج أن استخدام المتغيرات الثلاثة للتمييز بين المجتمعين أفضل من استخدام كل متغير علي حده.

جدول رقم (6)

النقط الحدية وإحتمال خطأ التقسيم للمتغيرات الثلاثة مفردة ومجمعة للعمر 30

م	متغير التمييز	دالة التمييز للعمر 30	قيمة النقطة الحدية	إحتمال خطأ التقسيم
1	(Dth. N)	$= \mu_{x1}$	95	0.0 %
2	(Awar.)	$= \mu_{x2}$	3.2	8.93 %
3	(Inc.)	$= \mu_{x3}$	19101	0.0 %
4	(Dth. N) / (Awar.)	$= 0.021\ X_1 - 0.0545\ X_2$	0.0259	5.48%
5	(Inc.) / (Dth. N)	$= 0.0000014X_1 + 0.000075\ X_3$	0.0343	45.46%
6	(Awar.) / (Inc.)	$= 0.000016\ X_2 - 0.092\ X_3$	0.0153	3.75%
7	(Dth. N) / (Awar.) / (Inc.)	$= 0.00166\ X_1 - 0.0157\ X_2 - 0.0000055\ X_1$	0.00231	20.16%

وتوضح النتائج السابقة أن التمييز عن طريق متغير واحد من المتغيرات الثلاثة – رغم بساطة عمليات تنفيذه – الا أن إحتمال خطأ التقسيم يساوي صفر في حالتي استخدام المتغير الصحي أو المتغير الإقتصادي، أما في حالة استخدام متغيرين معا فإن المتغيرين الثقافي والإقتصادي يمثلان أفضل حالات التمييز دون الحالتين الأخرتين، إلا أن أهمية أخذ المتغيرات الثلاثة في الحسبان بإحتمال خطأ التقسيم 20.16 % يعني أن عملية التمييز تعتمد علي أكبر عدد من الخصائص الأساسية المشتركة بين المجتمعين وهذا ما يجعل استخدام النموذج الثلاثي له أفضلية عن استخدام الحالات الأخري الأقل في عدد متغيراتها. ولأن العلاقة الرياضة دوال الوفيات في المجتمع السكاني ودوال الوفيات بين مجتمع المؤمن عليهم يقتضي تتبع سلوك تلك العلاقة خلال سنوات العمر المختلفة، يتم إتباع نفس الأسلوب لتقدير دالة التمييز والنقطة الحدية لها بناء علي سلوك المتغيرات الثلاثة لكل الأعمار الباقية في مجال تطبيق هذه الدراسة وهي من 31 سنة الي 59 سنة. ومع توافر برامج الحاسب لتنفيذ العمليات الحسابية المتعددة يمكن التوصل لسلسلة من دوال التمييز بمعاملاتها للأعمار المختلفة (a_{it})[7] ، والنقاط الحدية لها $D_{30}, D_{31}, .. D_{59}$.

ومن الملاحظ أن سلسلة معاملات العامل الصحي تأخذ إتجاها تناقصيا بتزايد العمر، وتتقارب إحتمالات الوفاة بين المجتمع السكاني ومجتمع المؤمن عليهم في الأعمار الكبيرة، وهذا يؤكد جدوي تطبيق سياسة الكشف الطبي على المتقدمين لطلب التأمين في الأعمار الصغيرة حيث تتوافر فرص الإختيار ضد مصلحة الشركة في هذه الحالة. أما سلسلة معاملات العامل الثقافي فتأخذ اتجاها

[7] – **ملحق رقم (3)**

تصاعديا مع تزايد العمر، وهذا يعني تقارب الحالة الثقافية للمجتمع السكاني مع الحالة الثقافية لمجتمع المؤمن عليهم في الأعمار الصغيرة وتتباعد الحالة الثقافية في الأعمار الكبيرة. بينما سلسلة معاملات العامل الإقتصادي فتأخذ اتجاها تناقصيا مع تزايد العمر، وهذا يعني تقارب دخول المجتمع السكاني مع دخول مجتمع المؤمن عليهم في الأعمار الكبيرة ، وتباعد معاملات الدخول في الأعمار الصغيرة.

دور دالة التمييز في تصنيف الأخطار في تأمينات الحياة

من المعروف أن أهم الأعمال الفنية لإدارة الإكتتاب في شركات التأمين هي فرز وتصنيف الأخطار المقدمة اليها لتقرير إمكانية الإكتتاب فيها من عدمه. ويتم فرز وتصنيف الأخطار بالإعتماد علي الخصائص الأساسية للأخطار حيث يفيد كثيرا استخدام دالة التمييز – كأداة احصائية – في هذا المجال. ومن أهم الصفات الأساسية للخطر تلك العوامل المؤثرة في نشأته ودرجته مثل:

1. التوزيع الاحتمالي لتكرار الحوادث.
2. التوزيع الإحتمالي لقيمة الخسارة الناتجة عن الحادث.
3. العمر والجنس لطالب التأمين.
4. المهنة والدخل الناتج منها.
5. درجة الثقافة النوعية ودرجة الوعي العام والوعي النوعي.
6. الخدمات التأمينية الأخري التي قد يحوزها طالب التامين.

والجدير بالذكر أن استخدام اسلوب دالة التمييز والنقاط الحدية لها تفيد – من الناحية العملية – في مجال أعمال التأمين والبنوك علي سبيل المثال كما يلي:

1. يمكن أن تعد شركات التأمين جدولا اكتواريا قياسيا فيه نقطة حدية قياسية لكل خطر علي حدة يمكن إعتبارها نقطة استرشادية لقبول الخطر من عدمه، ويكون ذلك بناء علي دراسة شاملة للخصائص الأساسية للخطر وكميات كافية من البيانات الجيدة عنه، ويقوم قسم الاكتتاب بالتعامل مع بيانات الخطر الجديد المزمع الإكتتاب فيه بمقارنة درجة الخطر الخاصة به مع النقطة الحدية القياسية، ومن ثم يتم اتخاذ القرار المناسب بشأنه من حيث قبوله للتغطية التأمينية من عدمها.
2. يمكن أن تمتد فائدة هذا الأسلوب ليطبق في قسم التسعير حيث يتم تحديد مستويات سعرية بناء هلي نقاط حدية قياسية لمستويات التسعير ثم يتم تقييم الخطر الجديد وتقدير سعره بالإنطلاق من السعر الإسترشادي المقدر بواسطة النقاط الحدية.
3. يمكن استخدام هذا الأسلوب في تحديد مستويات خطر الإئتمان في البنوك.
4. في مجال عمليات الإقراض للمستثمرين في المجال المختلفة حيث يمكن تصنيف مجموعات

المقترضين بناء علي كفاءة عمليات الاستثمار وتحقيق الأرباح وكذلك بناء علي مجالات التشغيل والاستثمار.

5. في مجال التأمين الصحي التجاري يمكن تحديد شرائح علاجية بمستويات معينة مقابل شرائح مناسبة من الاشتراكات.
6. في مجال صناديق التأمينات الخاصة حيث يمكن تحديد مستويات للمزايا التي تضمنها الصناديق بناء علي شرائح الاشتراكات المعتمدة علي المقدرة المادية للمشترك.
7. ، في مجال التأمين الجماعي حيث يمكن تصنيف المجموعات بناء علي الخصائص الصحية والمادية والعمل.
8. من أهم استخدامات هذا الأسلوب تطبيقاته في عمليات تأمين الممتلكات والمسئولية.

النتائج والتوصيات

أولا النتائج :

1. هناك صفات مشتركة بين جداول السكان والجداول الإكتوارية المستخدمة في شركات التأمين. من حيث طريقة بناء الجداول ودلالتها.
2. أن العلاقة الرياضة المقترحة في هذا البحث تسمح بإمكانية فرز وتصنيف المجتمعات أو العينات المسحوبة منها كعينات من المجتمع السكاني العام أو من مجتمع المؤمن عليهم.
3. تزايد معاملات العامل الثقافي ، أي تقارب الحالة الثقافية في الأعمار الصغيرة عنها في الأعمار الكبيرة .

3 – تناقص معاملات العامل الاقتصادي ، أي تقارب الحالة الإقتصادية في الأعمار الكبيرة عنها في الأعمار الصغيرة .

4. دالة التمييز تفيد في كثير من تطبيقات أعمال التأمين والبنوك.
5. الخصائص الأساسية الخاصة بالمجتمعات التي يتم التمييز بينهما من أهم اسس استخدام هذا الأسلوب في اتخاذ القرار.
6. إمكانية تحويل بيانات جدول السكان الي بيانات يمكن استخدامها في شركات التأمين كبديل للجداول الاكتوارية، والعكس صحيح.
7. مدى أهمية تطبيق سياسة الكشف الطبي في الأعمار الصغيرة ، وليس بالضرورة تطبيقها في الأعمار الكبيرة نظرا لتقارب معدلات الوفاة في كلا المجتمعين عند تلك الأعمار .

ثانيا : التوصيات :

يوصي الباحثان في ضوء النتائج السابقة على ما يلي :

1. بناء علاقة رياضية بين الجدول القومي للسكان والجدول الإكتواري يمكن المتخصصين في الجانبين من الاستفادة من أي من الجدولين في مجالات استخدام الجدول الآخر.
2. إنشاء مركز لتجميع البيانات عن الإخطار وطبيعتها ومسبباتها لتقدير النقاط الحدية الإسترشادية في سوق التأمين.
3. تطبيق مفهوم النقاط الحدية القياسية في مجالات الإكتتاب والتسعير كنقاط استرشادية.
4. تطبيق مفهوم النقاط الحدية القياسية في مجالات الإئتمان وعمليات الإقراض والإقتراض.
5. إمكانية مراجعة بيانات جدول السكان القومي أوالجدول الاكتواري المستخدم في شركات التأمين بالاستعانة بدوال التمييز الخاصة بمجتمعي الدراسة.

المراجـع

1- إبراهيم محمد مهدي ."دراسة إحصائية مقارنة لجداول الحياة المستخدمة في جمهورية مصر العربية مع الجداول التي يتم إعدادها من خبرات الشركات والإحصاءات العامة للسكان " .رسالة دكتوراه غير منشورة .(كلية التجارة ، جامعة القاهرة ،1977).

2- محمود حسين اليوسف ، "جداول الحياة المختصرة – طريقة جديدة في التركيب والتدريج – تعميم علاقة ريد وميريل" ، مجلة كلية العلوم الإدارية ، جامعة الملك سعود ، المجلد التاسع،1984 .

3- أحمد بن درويش عابد . " إعداد جداول حياة مختصرة للسكان السعوديين لكل من الذكور والإناث " (مجلة جامعة الملك سعود ، م5 ، العلوم الإدارية (2) ، 1993 م) .

4- أكاديمية البحث العلمي والتكنولوجيا الشعبة المشتركة لبحوث وإدارة الأخطار والتأمينات ، " جدول حياة من خبرة شركات التامين المصرية " ، القاهرة ، 1996 .

5- محمد عبد الفتاح فوده " تقييم بيانات التعداد السكاني لمصر لعام 1996 لإعداد جدول حياة قومي مختصر " المجلة المصرية للدراسات التجارية (كلية التجارة جامعة المنصورة) 1999.

6- علي أبو السعود إبراهيم ." إنشاء جداول الحياة النوعية من واقع خبرة سوق التأمين المصري " .رسالة دكتوراه غير منشورة (كلية التجارة ، جامعة المنصورة ،2001).

7- جمال عبد الباقي واصف " نموذج لاجرانج كأساس لاستكمال جدول الحياة المختصر نحو جدول حياة كامل – دراسة تطبيقية على المجتمع المصري " (المركز الديموجرافي بالقاهرة ، المؤتمر السنوي الثالث والثلاثون لقضايا السكان والتنمية وتحديات القرن الحادي والعشرين ، 16- 18 ديسمبر 2003).

8- وجيه عبد الله فهمي مصطفى ، " نحو إنشاء جدول وفيات ممهد يمثل خبرة المجتمع السعودي من واقع الإحصاءات العامة للسكان – مدخل إكتواري مقارن " ، مجلة المحاسبة والإدارة والتأمين ، كلية التجارة جامعة القاهرة ، 2009.

9- Anastasia Kostaki ,"The Heligman-Pollard Formula as a tool for Expanding an Abridged life table "Journal official statistics,(vol.7.No3,1991)

10- Anderson RN. Method for constructing complete annual U.S. life tables. National Center for Health Statistics. Vital Health Stat. ((129). 1999).

11- Salem M.، 2000. "Experienced rates satisfy requirements of insurable fairness، religious culture، and growth of life insurance demand". Journal of Accounting, management, and Insurance. Faculty of commerce، Cairo U. Vol.5، PP 141-165.

12- Kostaki. V, Panousis.," Expanding an abridged life table " (Demographic Research volume 5, article 1published , 19 September 2001).

13- Helena Corrales Herrero," " An Experience Constructing A Complete and An Abridged life table Using A Mathematical Formula for A Small Population " (June 2002)

14- Elizabeth Arias. United State Life tables, 2006. National Center for Health Statistics. Vital Health Stat(Volume 58, Number 21, 2010)

15- Benjamin, B. and Haycocks, H "The Analysis of Mortality and other Actuarial Statistics", 1st edition, Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries, (Scotland 1970).

16- J.R.Wilmoth, K.Andreev, D.Jdanov, and D.A.Glei. Methods Protocol for the Human Mortality Database.

17- Sixto Muriel de la Riva, Margarita Cantalapiedra Malaguilla, Federico López Carrion, "Towards advanced methods for computing life tables" the Institute National de Statistical of Spain, 2010, p.4-7.

18- B. Benjamin, and H, Haycocks, "The Analysis of Mortality and other Actuarial Statistics", 1st edition, Institute of Actuaries and Faculty of Actuaries, (Scotland 1970) pp.275-307.

19- سالم محمود، ويسري مصطفي " قياس اثر التحسن الصحي والبيئي بإستخدام تقدير معالم دالة الحياة لعلاج مشكلة التغير في تكلفة تأمينات الحياة " مجلة البحوث العلمية – جامعة اسكندرية 2012.

20- ريتشارد جنسون ، دين وشرن ، " التحليل الإحصائي للمتغيرات المتعددة من الوجهة التطبيقية " 1998 ، دار المريخ ، تعريب عبد المرضي عزام ، ص 735.

ملحق رقم (1)

عدد المعرضين للخطر والوفيات ومعدل الوفاة الخام والمركزي للأعمار من 5 : 80 سنة

x	E_x	$d_{x,s}$	$m_{(t,x,s)}$	$q_{(x,s)}$	x	E_x	$d_{x,s}$	$m_{(t,x,s)}$	$q_{(x,s)}$
5	1560490	1310	0.00083925	0.00083890	43	799778	2738	0.00342384	0.00341799
6	1551526	1165	0.00075072	0.00075044	44	787212	2948	0.00374464	0.00373765
7	1538268	1031	0.00066993	0.00066971	45	775095	3146	0.00405943	0.00405121
8	1524430	914	0.00059929	0.00059911	46	760073	3379	0.00444566	0.00443580
9	1513729	820	0.00054202	0.00054188	47	742503	3718	0.00500741	0.00499490
10	1510174	758	0.00050222	0.00050209	48	721234	4195	0.00581658	0.00579971
11	1517481	734	0.00048374	0.00048362	49	696889	4764	0.00683666	0.00681337
12	1538488	752	0.00048896	0.00048885	50	672332	5369	0.00798620	0.00795444
13	1574571	815	0.00051767	0.00051753	51	647469	5927	0.00915486	0.00911314
14	1622718	916	0.00056456	0.00056440	52	619356	6390	0.01031724	0.01026429
15	1675239	1040	0.00062067	0.00062048	53	587316	6713	0.01142972	0.01136477
16	1720345	1163	0.00067577	0.00067554	54	552719	6924	0.01252759	0.01244961
17	1744496	1258	0.00072087	0.00072061	55	516596	7116	0.01377574	0.01368151
18	1739123	1308	0.00075183	0.00075154	56	481763	7310	0.01517358	0.01505933
19	1710280	1324	0.00077391	0.00077361	57	450780	7438	0.01649933	0.01636433
20	1673291	1331	0.00079570	0.00079539	58	425360	7492	0.01761236	0.01745862
21	1635455	1347	0.00082384	0.00082350	59	404161	7497	0.01855022	0.01837975
22	1590128	1364	0.00085792	0.00085755	60	384564	7465	0.01941066	0.01922409
23	1538451	1386	0.00090079	0.00090038	61	364460	7449	0.02043965	0.02023287
24	1481395	1409	0.00095125	0.00095080	62	343969	7513	0.02184325	0.02160726
25	1422856	1437	0.00100994	0.00100943	63	322365	7693	0.02386517	0.02358375
26	1361424	1458	0.00107081	0.00107023	64	300169	7959	0.02651582	0.02616887
27	1292709	1456	0.00112654	0.00112591	65	279204	8450	0.03026532	0.02981416
28	1215824	1425	0.00117230	0.00117161	66	259701	8966	0.03452615	0.03394024
29	1135512	1377	0.00121230	0.00121157	67	240175	9153	0.03810979	0.03739719
30	1049722	1324	0.00126168	0.00126089	68	220407	8869	0.04024105	0.03944735
31	971729	1289	0.00132681	0.00132593	69	201106	8367	0.04160441	0.04075658
32	920185	1283	0.00139474	0.00139377	70	183297	8030	0.04380825	0.04286924
33	904460	1318	0.00145722	0.00145616	71	167893	8196	0.04881621	0.04765309
34	914681	1387	0.00151623	0.00151509	72	155547	9093	0.05845541	0.05679541
35	936000	1473	0.00157395	0.00157272	73	146616	10822	0.07381423	0.07118693
36	951292	1569	0.00164951	0.00164815	74	141179	13370	0.09470403	0.09042235
37	954297	1683	0.00176364	0.00176208	75	139222	16682	0.11982299	0.11304999
38	904460	1814	0.00193616	0.00193429	76	140674	7497	0.14700529	0.13693985
39	900006	1963	0.00216880	0.00216645	77	145447	7465	0.17379635	0.15990122
40	870501	2140	0.00245797	0.00245495	78	153472	7449	0.19807798	0.18022834
41	841658	2337	0.00277653	0.00277268	79	164678	7513	0.21840003	0.19689869
42	817188	2538	0.00310615	0.00310133					

ملحق (2)

متوسطات المتغيرات الثلاثة في المجتمعين للعمر 30 سنة فقط.

Census table			Actuarial table		
X_1 = (Dth. N)	X_2 = (Inc.)	X_3 = (Awar.)	Y_1 = (Dth. N)	Y_2 = (Inc.)	Y_3 = (Awar.)
129	2	15212	64	4	26730
125	5	13719	61	5	27877
124	2	8183	62	4	29261
125	2	14731	66	3	31933
127	4	14786	64	5	18121
123	4	9392	63	3	18308
128	1	22167	61	4	21072
129	1	19866	67	4	25668
123	1	12527	64	5	20908
129	1	11223	66	4	20339

ملحق (3)

النقاط الحدية ومعاملات دالة التمييز للأعمار السنية من 30 سنة إلى 59 سنة

Age	α_1	α_2	α_3	D_0
30	0.0016576	-0.0157049	-0.0000055	0.00231
31	0.0016873	-0.0157898	-0.000005	0.00156
32	0.0018664	-0.0119332	-0.000007	0.00187
33	0.0015954	-0.0180261	-0.000005	0.00424
34	0.0016877	-0.0155097	-0.000006	0.00266
35	0.0014645	-0.0208516	-0.000004	0.00461
36	0.0013801	-0.0158541	-0.000004	0.0032
37	0.0014131	-0.0024142	-0.000006	0.00517
38	0.0011911	-0.0210643	-0.000003	0.00329
39	0.0009256	-0.0197284	-0.0000031	0.00472
40	0.0009803	-0.0218713	-0.0000036	0.0032
41	0.0008079	-0.0306707	-0.0000020	0.00277
42	0.0007524	-0.0327935	-0.0000027	0.00157
43	0.0006793	-0.0144054	-0.0000033	0.00266
44	0.0006644	-0.0265329	-0.0000029	0.00328
45	0.0007105	-0.0264815	-0.0000035	0.0022
46	0.0005487	-0.0370175	-0.0000021	0.00188
47	0.0004454	-0.0284645	-0.0000021	0.00318
48	0.0004307	-0.0359221	-0.0000024	0.00227

49	**0.0004255**	**-0.0357382**	**-0.0000023**	**0.00245**
50	**0.0003715**	**-0.0447773**	**-0.0000018**	**0.00242**
51	**0.0002902**	**-0.0323049**	**-0.0000018**	**0.00183**
52	**0.0002753**	**-0.0358072**	**-0.0000020**	**0.00414**
53	**0.0002209**	**-0.0347974**	**-0.0000014**	**0.00233**
54	**0.0001962**	**-0.0360364**	**-0.0000014**	**0.00193**
55	**0.0002329**	**-0.0430607**	**-0.0000018**	**0.00142**
56	**0.0001723**	**-0.0329113**	**-0.0000016**	**0.00126**
57	**0.0001606**	**-0.0444463**	**-0.0000012**	**0.00139**
58	**0.0001925**	**-0.0528005**	**-0.0000017**	**0.00094**
59	**0.0001460**	**-0.0482033**	**-0.0000011**	**0.00074**